

**Câu 1:** (1.0 điểm). Tính các đạo hàm  $\frac{dx}{dt}$ ;  $\frac{dy}{dt}$  biết các hàm ẩn  $x(t)$ ,  $y(t)$  xác định bởi hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} x^2 + ty = 9 \\ y^2 + tx = 20 \end{cases}$$

**Câu 2:** (1.0 điểm). Từ đầu năm, số bệnh nhân đến khám bệnh tại bệnh viện  $X$  thay đổi với tốc độ  $2t + \frac{1}{\sqrt{t}}$  (ngàn người/tháng), trong đó  $t$  là thời gian (đơn vị: tháng). Hỏi tổng số bệnh nhân đến khám tại bệnh viện  $X$  trong quý 2 là bao nhiêu?

**Câu 3:** (1.0 điểm). Giải phương trình vi phân  $3y''(x) - 12y'(x) = 4$  biết  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -1$

**Câu 4:** (1.0 điểm). Giá  $p$  và sản lượng bán ra  $x$  của một loại hàng hóa có quan hệ là  $p^2x + x^2 = 2000$ . Áp dụng vi phân toàn phần cho biết giá hàng hóa thay đổi như thế nào khi sản lượng bán ra tăng từ 20 lên 20,5 đơn vị sản phẩm.

**Câu 5:** (2.0 điểm). Một nhà máy sản xuất 2 loại hàng hóa  $X$ ,  $Y$  với nguyên liệu đầu vào tương ứng là  $x$ ,  $y$  có hàm chi phí là  $C(x, y) = 2x^2 + \frac{1}{2}y^2$  và hàm sản xuất là  $Q(x, y) = \sqrt{xy} = m$

- Xác định lượng nguyên liệu của hai loại hàng hóa  $X$ ,  $Y$  để chi phí nhỏ nhất.
- Áp dụng định lý bao cho biết tham số  $m$  ảnh hưởng như thế nào đến chi phí nhỏ nhất. Nếu sản lượng tăng gấp đôi thì chi phí nhỏ nhất thay đổi như thế nào?

**Câu 6:** (2.0 điểm). Một người sở hữu 3 khoản đầu tư với lãi kỳ vọng lần lượt là  $R_1$ ,  $R_2$  và  $R_3$  với các tính chất sau

$$E[R_1] = 7, \quad E[R_2] = 10, \quad E[R_3] = 3$$

$$\text{Var}[R_1] = 9, \quad \text{Var}[R_2] = 16, \quad \text{Var}[R_3] = 0, \quad \text{Cov}[R_1, R_2] = -6$$

- Tính  $E[R_1^2]$  và  $E[R_1R_2]$ .
- Nếu  $R = aR_1 + bR_2 + cR_3$  với  $a + b + c = 1$  thì hãy xác định tỷ lệ  $a$ ,  $b$ ,  $c$  sao cho  $R$  đạt lãi kỳ vọng bằng 8 và có rủi ro thấp nhất.

**Câu 7:** (2.0 điểm). Xét mô hình kinh tế vĩ mô như sau

$$C_t = 100 + 0,3Y_{t-1}$$

$$I_t = 150 + 5(C_t - C_{t-1})$$

$$Y_t = C_t + I_t$$

Trong đó  $Y$ ,  $C$ ,  $I$  lần lượt là tổng thu nhập quốc dân, lượng tiêu dùng và lượng đầu tư;  $t$  là thời gian (đơn vị: năm).

- Biết  $Y_0 = 50$ ,  $Y_1 = 75$ , hãy dự đoán tổng thu nhập quốc dân sau 5 năm.
- Mô hình trên có ổn định không? Tại sao? Nếu có thì tổng thu nhập quốc dân sẽ hội tụ về đâu?

---

*Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.*

<b>Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)</b>	<b>Nội dung kiểm tra</b>
[G1.1]: Tính được vi phân toàn phần của hàm nhiều biến, tích phân bất định, tích phân xác định.	Câu 1, 2
[G1.3]: Giải được phương trình sai phân và phương trình vi phân cấp 1, cấp 2	Câu 3
[G2.1]: Xây dựng được mô hình toán học sử dụng phép tính vi phân hàm nhiều biến để giải các bài toán cực trị trong kinh tế như cực đại hóa lợi nhuận, cực tiểu hóa chi phí...	Câu 5
[G2.2]: Xử lý được các tính toán trong kinh tế dựa vào tích phân và biến ngẫu nhiên	Câu 4, 6
[G2.3]: Lập được phương trình sai phân và phương trình vi phân cấp 1, cấp 2 để giải các bài toán trong kinh tế.	Câu 7

Ngày 3 tháng 6 năm 2019

**Thông qua bộ môn**

**Nguyễn Văn Toàn**